

TESTANDO AS RELAÇÕES ENTRE CRESCIMENTO, DESIGUALDE E POBREZA:
UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Área: Teoria Aplicada

AUTORES:

Ana Cláudia Annegues

Doutoranda em Economia Aplicada

Programa de Pós Graduação em Economia - UFRGS

E-mail: annegues.ana@gmail.com

Rua Professora Marlene Pereira da Paz, nº 58, apto 102 – Bancários, João Pessoa-PB.

Fone: (51) 8187-2589

Rodolfo Ferreira Ribeiro da Costa

Pós Doutor em Economia pela UFRN, Doutor em Economia pelo CAEN/UFC e Professor
Adjunto do DEC/UERN.

email: rodolfofrc@yahoo.com.br

Wallace Patrick Santos de Farias Souza

Doutorando em Economia Aplicada

Programa de Pós Graduação em Economia - UFRGS

E-mail: wpsfarias@gmail.com

Francisco Soares de Lima

Pós Doutor e Doutor em Economia pelo CAEN/UFC e Professor Adjunto do DEC/UERN.
email: fsoaresdelima@yahoo.com.br

TESTANDO AS RELAÇÕES ENTRE CRESCIMENTO, DESIGUALDE E POBREZA: UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Área: Teoria Aplicada

RESUMO: O objetivo deste trabalho é testar as relações entre crescimento, desigualdade e pobreza para os espaços urbanos e rurais dos municípios brasileiros. O tratamento do referido tripé baseia-se na possibilidade de relações de causalidade mútua entre as variáveis e serão auferidas a partir de redes Bayesianas. Os resultados indicam que a desigualdade de oportunidades é determinante da pobreza e do crescimento em áreas urbanas, enquanto que nos espaços rurais apenas o primeiro efeito pode ser observado. Ainda, não se evidencia qualquer tipo de relação entre crescimento e pobreza. Tais fatos contrariam as evidências baseadas em restrições de causalidade.

Palavras – Chaves: Crescimento. Pobreza. Desigualdade. Espaços rurais e urbanos. Redes Bayesianas.

TESTING THE RELATIONS BETWEEN GROWTH, INEQUALITY AND POVERTY: AN APPROACH BAYESIAN

ABSTRACT: The objective of this study is to test the relationship between growth, inequality and poverty for urban and rural areas of the municipalities. The treatment of said tripod based on the possibility of mutual causal relationships between the variables and will be earned from Bayesian networks. The results indicate that inequality of opportunity is determinant of poverty and growth in urban areas, while in rural areas only the first effect can be observed. Still, do not evidence any kind of relationship between growth and poverty. These facts contradict the evidence-based causal constraints.

Key - Words: Growth. Poverty. Inequality. Rural and urban spaces. Bayesian networks.

JEL: R10. I32. C11.

1 INTRODUÇÃO

Apesar das melhorias significativas na distribuição de renda dos últimos anos, o Brasil ainda apresenta enormes disparidades regionais, e um índice elevado de pobreza, sobretudo na região nordeste, resultado de um desenvolvimento econômico concentrador tanto do ponto de vista regional, quanto social. Assim, as desigualdades regionais tornam-se um campo para muitos estudos e uma área de interesse para várias pesquisas no país. Nesse sentido Barros *et al* (2007) estudaram os determinantes da queda da desigualdade de renda no Brasil procurando quantificá-los, e concluíram que mais da metade dessa queda da desigualdade foi decorrente da evolução da renda não proveniente do trabalho.

Quando se observa a população do Nordeste, a taxa de pobreza no ano 2000 era de 56,93% de sua população (OLIVEIRA, 2008). Além das desigualdades regionais há indícios que a região também apresenta fortes desigualdades internas. Esse elevado nível de desigualdade aliado ao baixo nível de renda *per capita* visto na maioria dos estados da região nordeste e norte, fazem com que essas duas regiões possuam elevados índices de extrema pobreza, resultando em uma baixa qualidade de vida de sua população.

Vários estudos procuram testar empiricamente a importância relativa do crescimento e da desigualdade de renda sobre a pobreza, ou seja, a qual deles a pobreza responderá de forma mais efetiva. Grande parte dos resultados aponta para uma mesma conclusão: a de que a distribuição de renda desempenha um papel mais significativo enquanto estratégia de redução da pobreza. Isto porque, embora o crescimento econômico consista em uma variável importante, uma elevada desigualdade reduz a sua capacidade de mitigar a pobreza. Mantida a desigualdade elevada, as faixas de maior renda são proporcionalmente mais beneficiadas pelo crescimento econômico.

Apesar das muitas abordagens e formas de mensuração, geralmente, os estudos definem a pobreza como uma privação material, medida pela renda dos indivíduos ou por alguma variável que sirva de *proxy* para a mesma. O debate em torno da escolha dos mecanismos de combate à pobreza passa pela análise dos efeitos do crescimento e da desigualdade sobre a incidência da pobreza. Borguignon (2002) denomina essa relação de triângulo “pobreza-desigualdade-crescimento”¹.

Além da renda, vários outros fatores são tidos como determinantes da pobreza, e conseqüentemente das desigualdades regionais. Um desses fatores de extrema importância é a educação, que segundo Langoni (2005) existe uma sólida relação entre a distribuição de renda no Brasil e a expansão do sistema educacional. Fatores com a má qualidade da educação oferecida principalmente a população mais pobre, o baixo nível educacional e a distribuição heterogênea da educação entre os indivíduos agravam ainda mais a pobreza e as disparidades sociais no país, em especial, na região Nordeste.

Diversos trabalhos estimam as elasticidades renda da pobreza e desigualdade da pobreza no Brasil. Mais recentemente, Tabosa, Araújo e Khan (2012) estimam a elasticidade-renda e a elasticidade-desigualdade no Nordeste e nas áreas rurais e urbanas. Os resultados mostram que, para reduzir a pobreza no Nordeste, o crescimento da renda é mais efetivo que a redução da concentração na zona rural. Castelar *et al* (2013) analisaram os efeitos do

¹Ver também Barreto (2005)

crescimento e da desigualdade de renda sobre a pobreza considerando um modelo de painel dinâmico, o que torna possível a quantificação da persistência de pobreza no Brasil. Os autores concluem que políticas de aumento da renda combinadas com medidas de redistribuição são preferíveis àquelas que priorizam apenas o crescimento econômico.

Todos os trabalhos citados, implicitamente, assumem a independência entre crescimento e desigualdade. Entretanto, existem argumentos teóricos e evidências empíricas que sugerem a existência de uma relação entre os dois fenômenos.

No que diz respeito à relação entre crescimento econômico e desigualdade de renda, Kuznets (1955) sugere que, nas economias em estágios iniciais de desenvolvimento, a distribuição da renda tenderia a piorar, voltando a melhorar com a continuidade do processo de crescimento da renda. Entretanto, a literatura econômica não chegou a uma conclusão sobre a relação entre a desigualdade e o crescimento econômico. Dito isso, o presente estudo não estabelece *a priori* a ordem na qual as variáveis influenciam umas às outras, utilizando uma abordagem de redes bayesianas não paramétrica onde a relação de causalidade é estimada endogenamente.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é analisar a relação triangular entre crescimento, desigualdade e pobreza sem restrições aos sentidos de causalidade e não somente a partir dos valores médios das distribuições. Para tal propósito, será utilizada a técnica de redes Bayesianas com informações sobre a renda, desigualdade de oportunidades e proporção de pobres para áreas urbanas e rurais dos municípios brasileiros em 2010. A utilização das redes Bayesianas proporcionará um acréscimo na análise da causalidade por não restringir o sentido e ter como base a dependência condicional entre as distribuições.

Além desta seção introdutória, este trabalho apresenta mais 4 seções. A seguir apresentará a discussão da relação triangular entre crescimento, pobreza e desigualdade. A terceira discorrerá sobre a base de dados e sobre a técnica de redes Bayesianas. Na quarta são discutidos os resultados e, por fim, a quinta apresentará as considerações finais.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Triângulo Pobreza-Desigualdade-Crescimento

A literatura que discute sobre o quanto e como o crescimento pode impactar na redução da pobreza e qual a participação da redução da desigualdade nesse processo ficou conhecida como crescimento pró-pobre². Para países em desenvolvimento, essa literatura ganha ainda mais notoriedade, visto que é importante verificar se o crescimento está sendo absorvido pela população considerada pobre. Segundo Ravallion e Chen (2003), crescimento pró-pobre é o crescimento que reduz a pobreza.

Nesse sentido, Ravallion e Chen (2003) buscam avaliar como o crescimento econômico afeta a distribuição de renda através da estimação de uma curva de incidência de crescimento, onde calculam a taxa de crescimento em um determinado período de tempo para cada percentil da distribuição de renda. Caso ocorram mudanças na distribuição de renda, o crescimento será pró-pobre se o componente de redistribuição afetar negativamente a pobreza.

²Do inglês *Pro-poor growth*.

Ravallion (2001) mostra que a elasticidade da pobreza ao crescimento é bem maior em países que aliaram o crescimento da renda com redução da desigualdade. Dessa forma, além da taxa de crescimento, a variação da desigualdade e também o nível de desigualdade inicial são variáveis importantes para explicar a redução da pobreza. Isto indica que a metodologia de estimação de uma elasticidade crescimento-pobreza deve levar em conta o controle pelo componente de desigualdade de renda. Seguindo essa linha, Ravallion (1997) e Kraay (2003) estimam um efeito interação entre nível de desigualdade inicial e crescimento econômico para um *cross-section* de países e verificam que quanto mais desigual é a distribuição da renda, menor é a redução da pobreza para um dado nível de crescimento.

Na literatura nacional, diversos trabalhos têm estimado as elasticidades renda e desigualdade sobre a pobreza. Entre estes, Soares e Marinho (2003), Hoffman (2006) e Silva et al (2009), através de modelos econométricos com dados em painel, mostram que a incidência de pobreza é bem mais sensível à desigualdade do que a aumentos na renda. Por outro lado, Araújo, Tabosa e Khan (2012) estimam a elasticidade-renda e a elasticidade-desigualdade no Nordeste para áreas rurais e urbanas, obtendo como resultado que para reduzir a pobreza no Nordeste, o crescimento da renda tem maior impacto que a redução da concentração na zona rural. Também analisando a região Nordeste, Silveira Neto (2005) afirma que o crescimento econômico da região beneficiou menos os pobres do que nas demais regiões, devido ao relativo maior grau de desigualdade. Vale ressaltar que o autor supõe uma relação linear entre crescimento e desigualdade inicial de renda.

Hoffmann (1995) encontra que as altas taxas de crescimento da década de 1970 tiveram um significativo impacto na redução da pobreza absoluta, a despeito da estagnação no nível de desigualdade, enquanto que houve um aumento da pobreza e desigualdade na década de 1980, aliado ao enorme processo inflacionário vigente na época. Mais recentemente, Barros (2006), encontra um efeito maior da redução da desigualdade em mitigar a pobreza entre 2002 e 2005, em comparação ao efeito do crescimento da renda. Isso indica que a alta desigualdade de renda no Brasil faz com que o efeito da elasticidade do crescimento em relação à pobreza seja pequeno.

Uma característica da maioria dos trabalhos citados anteriormente é não considerar a relação existente entre o crescimento econômico e a desigualdade. No entanto, evidências teóricas e empíricas reforçam ainda mais a existência da relação entre esses dois regressores.

O trabalho seminal de Kuznets (1955) foi um dos primeiros a analisar a relação. A hipótese levantava por Kuznets diz que economias em estágios iniciais de desenvolvimento apresentam uma piora na sua distribuição de renda; o crescimento da renda nos períodos subsequentes traria uma reversão desse processo, tornando a economia mais igualitária. Nesse sentido, Alesina e Rodrik (1994) regridem a taxa de crescimento média anual com a desigualdade inicial (medida pelo coeficiente de Gini), utilizando dados em *cross section* para países, e verificam que a desigualdade de renda é inversamente relacionada com o crescimento. Outros modelos também mostram que a desigualdade possui efeitos negativos sobre o crescimento. Alesina e Peroti (1996) apresentam argumentos sociopolíticos para embasar esta tese, alegando que sociedades altamente desiguais criam instabilidades que desencorajam a acumulação de capital e criam incentivos para o engajamento dos indivíduos em atividades ilegais, como tráfico. Por outro lado, Li e Zou (1998) e Forbes (2000) concluem que a desigualdade de renda tem relação positiva com o crescimento econômico.

Dadas essas evidências, Souza, Annegues e Figueiredo (2013), estimam as elasticidades da pobreza em relação ao crescimento econômico e a desigualdade de renda para um painel de dados dos estados e dos municípios do Brasil, comparando as estimações de um método paramétrico e outro não paramétrico. Os autores controlam o efeito indireto da desigualdade sobre o crescimento, mostrando que os resultados sem esse tipo de correção estão superestimados. Os resultados ainda mostram que a redução da desigualdade tem um maior impacto em diminuir a pobreza e que o método não paramétrico corrige o viés de assumir linearidade nos dados.

Salvato et al (2013) investigam a relação entre crescimento, pobreza e desigualdade, fazendo uma avaliação empírica do crescimento pró pobre no Brasil na década de 1990. Os autores testam a não linearidade entre crescimento e desigualdade e encontram como principais resultados que quanto maior o nível de desigualdade inicial (Gini) menor será a redução da pobreza provocada pelo crescimento econômico. Encontraram ainda, baixa evidência de crescimento pró-pobre para o Brasil, sendo apenas para o Estado de Roraima e para 25% dos municípios.

Grande parte dos estudos citados utilizam índices de desigualdade como o índice de Gini ou o índice de Thiel. Este trabalho considera um índice de desigualdade baseado na abordagem teórica relativamente recente da Desigualdade de Oportunidades, explicada na subseção seguinte.

2.2 Desigualdade de Oportunidades: Aspectos Teóricos

O conceito de desigualdade usualmente presente em trabalhos empíricos está relacionado à igualdade de resultados como parâmetro de justiça, desconsiderando os fatores que levaram os indivíduos a possuírem determinado nível de renda. A partir de discussões filosóficas mais recentes surge a ideia de Igualdade de Oportunidades (Rawls, 1971; Roemer, 1998), como contraponto a essa visão igualitária, presente em trabalhos como o de Dworkin (1981) e Arneson (1989).

Nesta abordagem considera-se que o resultado econômico individual é determinado por dois conjuntos de variáveis: circunstâncias e esforço. As circunstâncias dizem respeito aos fatores sobre os quais o indivíduo não possui controle e que exercem influência sobre a sua capacidade de obter renda, como por exemplo, sua raça, a região onde nasceu e a condição de vida da sua família, comumente chamado na literatura de *background familiar*. Já o esforço é composto de variáveis de responsabilidade do próprio indivíduo. Este conjunto de fatores em especial, gera muitas controvérsias dentro da literatura de oportunidades devido à sua dificuldade de mensuração. Em razão disso, alguns trabalhos, como Fleurbaey (1998), optam por considerar o esforço uma variável não observável. Já outros estudos, como Borquingnon et al (2007) e Annegues, Souza e Figueiredo (2015), procuram mensurá-lo utilizando alguma *proxy*, tal como os anos de estudos ou a condição de migrante (ou não) do indivíduo. Saber se essas variáveis refletem de fato a escolha dos agentes é outro desafio das aplicações empíricas da teoria. É possível argumentar que o esforço sofre problemas de endogeneidade, sobretudo com relação às circunstâncias. A origem do indivíduo pode influenciar fortemente suas escolhas, sejam elas relacionadas à educação e/ou ao trabalho. O estudo de Borquingnon et al. (2007) procura incorporar esse fato, estimando um modelo no qual o esforço depende de forma endógena das variáveis de circunstância.

Formalmente, boa parte das aplicações empíricas considera o seguinte modelo de regressão a ser estimado, onde o resultado econômico (e.x. salário) (Y_i) é função linear das variáveis de circunstância (C_i) e esforço (E_i) e um termo de erro:

$$Y_i = \alpha C_i + \lambda E_i + u_i \quad (1)$$

Os trabalhos sobre desigualdade de oportunidades no Brasil ainda são em número reduzido quando comparados com as evidências empíricas internacionais. Barros et al. (2008) foi um dos primeiros esforços no sentido de mensurar empiricamente a desigualdade de oportunidades no Brasil e na América Latina. Borguingnon et al. (2007) estima que a desigualdade de circunstâncias representa aproximadamente 36% da desigualdade total brasileira. Adotando o método de simulações contrafactuais, Figueiredo, Silva e Rego (2012) chegam a resultados bem próximos aos de Borguingnon et al. (2007).

Sendo assim, o presente estudo optou por medir a elasticidade da pobreza com relação ao crescimento e à desigualdade de oportunidades, em vez dos índices de desigualdade de resultados comumente presentes na literatura, como o índice de Gini e Theil. A utilização dessa abordagem, embora carregue os problemas teóricos e empíricos descritos acima, tem por objetivo identificar o efeito que fatores como *backgorund* familiar, raça e região de nascimento podem ter sobre a condição de pobreza dos indivíduos.

3 METODOLOGIA

O estudo do tripé crescimento-pobreza-desigualdade basicamente é explorado admitindo-se a existência de efeitos unidirecionais do crescimento e da desigualdade sobre a pobreza. Sejam por meio de técnicas paramétricas, como os modelos baseados em dados em painel, ou mesmo as abordagens não paramétricas, negligenciarem a possibilidade de uma causalidade mútua entre tais variáveis é fator predominante.

Outra característica peculiar deste tipo de análise é restringir à medida de pobreza a dimensão monetária e, assim, desconsiderar que eventuais carências em saúde, educação ou moradia são componentes fundamentais para explicar o nível de privação de um indivíduo, e/ou assumir que o padrão entre as localidades, bem como o efeito do crescimento e da desigualdade, são semelhantes em diferentes espaços.

Diante de tais questões, primeiramente, seria relevante tratar as relações entre pobreza, crescimento e desigualdade sem restrições ao sentido da relação de causalidade, de modo que as elasticidades ou efeitos marginais sejam passíveis de mensuração dada a estrutura de relação impostas pelos dados. Em seguida, também não menos importante, seria razoável extrapolar o conceito de pobreza ao cenário multidimensional, ampliando a definição de carências da esfera monetária para a educacional, habitacional e saúde. Por fim, seria plausível separar tais componentes entre espaços urbanos e rurais e evidenciar se as relações e seus respectivos patamares prevalecem de forma homogênea.

Para atender tais requisitos este trabalho buscará avaliar o referido tripé a partir de um modelo de aprendizado baseado em técnicas de inteligência artificial e admitindo-se a condicionalidade entre as variáveis. A abordagem utilizada remete-se a técnica de redes Bayesianas. Ainda, no que tange às medidas adotadas, será trata a pobreza em seu aspecto multidimensional através da lógica de conjuntos *fuzzy*; a desigualdade comportará a discussão

sobre oportunidades e, assim, a medida adotada captará somente a desigualdade de renda injusta; por fim, o crescimento será captado de forma padrão a partir da renda *per capita*.

3.1 Redes Bayesianas

A Rede Bayesiana é uma estrutura baseada na análise de grafos direcionais que permitem representar as possíveis relações existentes entre um conjunto de variáveis em condições de incerteza. Basicamente, tal ferramenta implementa um algoritmo de aprendizagem num conjunto de variáveis aleatórias, denominadas nós, expressando através de arcos direcionados a dependência direta entre as mesmas obtidas a partir das distribuições de probabilidade condicional.

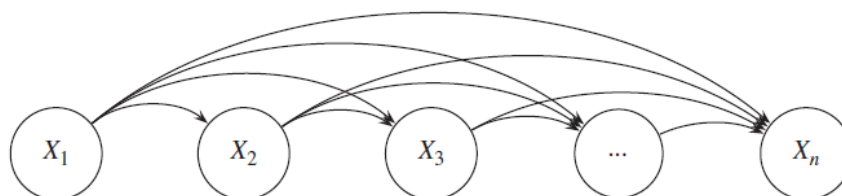
Formalmente, considerando um conjunto de n variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n , um grafo acíclico direcionado com n nós numerados, e, ainda, que o j nó está associado a X_j . Então, o grafo é uma Rede Bayesiana, que representa as variáveis X_1, X_2, \dots, X_n , se

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{j=1}^n P(X_j/X_{-j}) \quad (2)$$

onde X_{-j} indica o conjunto de todas as variáveis X_i , de tal modo que há um arco do nó i para o nó j no grafo.

A estrutura da rede captura as relações qualitativas e quantitativas entre as variáveis. Em particular, dois nós são ligados diretamente se uma afeta o outro, tendo um arco indicativo para a direção do efeito e o escore de probabilidade como medida para tal efeito. Esquemáticamente, uma rede bayesiana pode ser expressa como segue

Figura 1 – Rede Bayesiana.



Fonte: Pourret (2008).

Como pode ser observada, a rede Bayesiana apresenta um conjunto de ligações entre as variáveis. Cada nó pode ser conectado direto e indiretamente a outros nós, sendo que aquele nó que não sucede de nenhum outro é denominado de raiz, enquanto que aqueles que possuem nós antecessores ou sucessores são denominados nós intermediários e, por fim, aqueles que não possuem sucessores são os nós finais.

Todas as ligações de uma rede bayesiana são expressas por meio de arcos cujas direções e intensidades são provenientes da relação de dependência entre as distribuições de probabilidades condicionais. No entanto, um elemento fundamental da estrutura da rede é que ela não impõe a existência de ligações entre todos os nós existentes, mas sim, a partir da

análise da distribuição de probabilidade conjunta, ela expressa a mais compacta forma de relação entre as variáveis.

Por fim, a determinação da probabilidade descrita em (2) é obtida pelo algoritmo de construção, o qual simplesmente processa cada nó em ordem, adicionando-o à rede existente e adição de arcos de um conjunto mínimo de nós raiz ou intermediários de tal forma que o conjunto dos nós torna a corrente condicionalmente independente de qualquer outro nó que o precede.

Esquemáticamente, o algoritmo de construção para uma rede Bayesiana pode ser idealizado a partir dos seguintes passos:

1. Escolha o conjunto de variáveis relevantes $\{X_i\}$ que descrevem o domínio.
2. Escolha uma ordenação para as variáveis, $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$.
3. Enquanto existir variáveis:
 - (a) Adicione a variável X_i a rede.
 - (b) Adicione arcos ao nó X_i de algum conjunto mínimo de nós pertencente a rede, de tal modo que a seguinte propriedade independência condicional seja satisfeita:

$$P(X_j/X_2', \dots, X_n') = P(X_j/X_{-j}) \quad (3)$$

onde X_2', \dots, X_n' são todas as variáveis que precedem X_j .

- (c) Defina a probabilidade condicional para X_i .

Existem argumentos extremamente favoráveis à construção de uma rede da forma mais parcimoniosa possível. Primeiro, o modelo mais compacto exigirá menos especificações para os valores das probabilidades, promovendo menor esforço computacional. Em segundo lugar, as redes demasiadamente densas não conseguem representar independências explicitamente. Enfim, as redes densas falham na busca das dependências causais no domínio.

3.2 Índice Fuzzy de Pobreza Multidimensional

Seja X um conjunto e x algum elemento de X . Logo, um subconjunto fuzzy A de X pode ser definido como:

$$A = \{x, \mu_A(x)\} \quad (4)$$

para todo $x \in X$, onde μ_A , a função de pertinência, é uma aplicação de X em $[0,1]$. O valor $\mu_A(x)$ representa o grau de pertinência de x para A . Caso se considere que A seja um conjunto ordinal, a função de pertinência apenas assumirá valores 0 e 1. Nesse caso:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases} \quad (5)$$

Da mesma forma, caso A caracterizar-se como um conjunto difuso, $\mu_A(x) = 1$ somente se x estiver contido em A, enquanto que $\mu_A(x) = 0$ implica que A não contém x . Por outro lado, se x pertence apenas parcialmente a A, então $0 < \mu_A(x) < 1$. O grau de pertinência x em relação a A aumenta à medida que os valores de $\mu_A(x)$ se aproximam da unidade.

Analogamente, pode-se definir o conjunto *fuzzy* de pobreza. Defina $N = \{1, \dots, n\}$ como um conjunto de elementos de uma população e P como o subconjunto *fuzzy* dos pobres. Assim

$$P = \{i, \mu_p(i)\} \quad (6)$$

com $i = \{1, \dots, n\}$ e P sendo o grau de pertinência de cada indivíduo i ao subconjunto fuzzy de pobres. Logo, a função de pertinência poderá assumir os seguintes valores:

$$\begin{cases} \mu_p(i) = 0, & \text{se } i \text{ não for pobre;} \\ \mu_p(i) = 1, & \text{se } i \text{ for pobre;} \\ 0 < \mu_p(i) < 1, & \text{se } i \text{ possuir algum nível de pobreza.} \end{cases} \quad (7)$$

Dada à natureza multidimensional da pobreza, faz-se necessário avaliar o grau de pertinência de cada indivíduo em um dado conjunto de pobres a partir de seus indicadores de privações. A questão principal é selecionar uma função de pertinência adequada para cada indicador de privação. No caso de indicadores contínuos, Cerioli e Zani (1990) apresenta a função de pertinência como segue:

$$\mu_{\Xi_j}(i) = \begin{cases} 1, & \text{se } 0 \leq \xi_{ij} \leq \xi_j^{\min} \\ \frac{\xi_j^{\max} - \xi_{ij}}{\xi_j^{\max} - \xi_j^{\min}}, & \text{se } \xi_{ij} \in |\xi_j^{\min}, \xi_j^{\max}| \\ 0, & \text{se } \xi_{ij} > \xi_j^{\max} \end{cases} \quad (8)$$

onde, ξ_j^{\min} refere-se ao limiar de pobreza absoluta, abaixo do qual um determinado indivíduo pode ser considerada pobre; ξ_j^{\max} representa o limite superior do conjunto pobreza, acima do qual o indivíduo não seria considerado pobre. Para valores presentes entre os dois limites, a função de pertinência deve ter os seus valores no intervalo $[0,1]$.

Uma característica desta função é a continuidade e o formato decrescente, pelo menos nos casos onde um aumento no indicador signifique uma melhoria de bem-estar.

Definidos o conjunto *fuzzy* e a função de pertinência, faz necessário formalizar o processo de agregação dos k indicadores de privação de forma que os mesmo sejam reduzidos a uma única dimensão. Neste sentido, a pobreza multidimensional seria considerada como um acúmulo de situações de privação. De acordo com Chiappero-Martinetti (1994), uma maneira conveniente de atingir este requisito é utilizar uma média ponderada generalizada como o operador de agregação. Portanto, pode-se obter uma função de agregação expressa como segue:

$$h_{\delta}(\mu_{\Xi_1}(i), \dots, \mu_{\Xi_k}(i)) = \left[\sum_{j=1}^k \omega_j (\mu_{\Xi_j}(i))^{\delta} \right]^{\frac{1}{\delta}} \quad (9)$$

com $\omega_j \geq 0$, $j = 1, \dots, k$ e $\sum_{j=1}^k \omega_j = 1$.

onde $\delta \neq 0$ é um parâmetro referente ao tipo de média. Por exemplo, quando $\delta \rightarrow 0$, obtêm-se uma média geométrica, enquanto que quando $\delta = -1$, h corresponde a uma média harmônica. No caso em que $\delta = 1$, h reduz a média aritmética. O termo ω_j representa o peso que deve ser atribuído a cada indicador ξ_i que comporá o processo de agregação.

Cerioli e Zani (1990) definem o grau de pertinência de cada indivíduo para o subconjunto fuzzy de pobreza tomando a média ponderada dos graus de pertinência do conjunto de privações. Formalmente,

$$\mu_p(i) = \sum_{j=1}^k \omega_j \mu_{\Xi_j}(i) \quad (10)$$

com ω_j dado por

$$\omega_j = \frac{\ln\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{\Xi_j}}\right)}{\sum_{j=1}^k \ln\left(\frac{1}{\bar{\mu}_{\Xi_j}}\right)} \quad (11)$$

onde $\bar{\mu}_{\Xi_j} = 1/n \sum_{i=1}^n \mu_{\Xi_j}(i)$ representa a proporção *fuzzy* de privação dos indivíduos de acordo com indicador ξ_i . Desse modo, os pesos ω_j são uma função inversa do nível médio de privação.

Finalmente, o Índice *Fuzzy* de Pobreza Multidimensional – IFP pode ser expresso como segue:

$$IFP = 1/n \sum_{i=1}^n \mu_p(i) \quad (12)$$

Por um lado, caso $IFP = 0$, se e somente se $\mu_p(i) = 0$ para cada indivíduo, não há pobreza. Por outro lado, o índice *fuzzy* de pobreza atinge o seu valor máximo, se e somente se $\mu_p(i) = 1$ para cada indivíduo e, assim, observa-se extrema carência para toda a população em todos os indicadores de privação. No entanto, ambas as situações são bastante incomuns e, em geral $0 < IFP < 1$, onde o IFP pode ser considerado uma função crescente do grau de pobreza de cada indivíduo. Portanto, uma deterioração das condições de vida de um indivíduo, *coeteris paribus*, resulta num aumento do IFP.

3.3 Descrições das Variáveis

As variáveis que comporão a análise do tripé crescimento-desigualdade-pobreza representam informações sobre os 5.565 municípios brasileiros organizadas numa base *cross-section* para o ano de 2010. As definições das variáveis podem ser observadas na tabela a seguir.

Tabela 1 – Definição das Variáveis.

Variável	Definição
IOP	Índice de Igualdade de Oportunidade Municipal
Renda	Renda Média Urbana e Rural
IFPu	Índice <i>Fuzzy</i> de Pobreza Multidimensional Urbano
IFPr	Índice <i>Fuzzy</i> de Pobreza Multidimensional Rural
Gini	Índice de Gini Municipal
Pobreza	Proporção de Pobres no Município
Crescimento	Renda Média Municipal

Fonte: elaboração própria.

Os indicadores de pobreza multidimensional, baseados nas óticas da renda, saúde, educação e habitação, foram obtidos a partir da abordagem *fuzzy*. A taxa de crescimento do PIB *per capita* foi obtida a partir dos valores do PIB *per capita* municipal para os anos de 2009 e 2010 disponíveis no Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE.

3.4 Cálculo do Índice de Igualdade de Oportunidade

O índice de igualdade de oportunidade utilizado nas estimações foi obtido junto ao trabalho de Figueiredo et al (2013), que mensuraram a desigualdade injusta nos municípios brasileiros. O passo inicial para o cálculo deste índice consiste na definição de uma norma de justiça condizente com o critério de igualdade de oportunidade, a qual irá nortear a mensuração do índice. Os autores seguem a metodologia utilizada por Almås *et al.* (2011), bem como o conceito de justiça *responsibility-sensitive* proposto por Bosset (1995), Konow (1996) e Cappelen e Tungodden (2007).

Conforme já argumentado anteriormente, Roemer (1998) postula que o resultado econômico individual depende do esforço e das variáveis de circunstância, representados respectivamente por E_i e C_i . A relação entre a renda e o conjunto de regressores segue a forma funcional apresentada na equação (1). Assim, a renda justa z_i seria:

$$z_i = \frac{g(C_i, E_1, \dots, E_n)}{\sum_j g(C_j, E_1, \dots, E_n)} \sum_i Y_i \quad (13)$$

$\sum_i y_i$ corresponde à renda de todos os indivíduos e $g(r_i, e_1, \dots, e_n)$ é o nível de “merecimento” destes, que seria

$$g(r_i, e_1, \dots, e_n) = \frac{1}{n} \sum_j f(C_i, E_j) \quad (14)$$

$f(C_i, E_j)$ é a renda virtual de um indivíduo exatamente com as mesmas características de responsabilidade de i e as características de não responsabilidade de j . Em outras palavras, o nível de merecimento é uma função do rendimento que o agente receberia caso apresentasse o mesmo nível de esforço dos demais. De acordo com esse parâmetro de justiça, qualquer desigualdade dentro do grupo é considerada injusta. Uma vez que esse parâmetro de justiça é ponderado pelos fatores de responsabilidade, qualquer diferencial da renda observada dos indivíduos em relação a esse parâmetro é decorrente de fatores circunstanciais, logo será dito injusto (Figueiredo et al, 2013).

A diferença observada entre a renda do agente e a renda justa é incluída no cálculo do índice de desigualdade de oportunidades. O procedimento é semelhante ao cálculo do índice de Gini, utilizando uma curva de Lorenz, assumindo a norma de justiça definida anteriormente:

$$L^U(s) = \frac{\sum_{i=1}^{[ns]} u_i}{n\mu} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (15)$$

O índice de Gini injusto será a expressão:

$$G^U(s) = \frac{2}{n(n-1)\mu} \sum_i i u_i \quad (16)$$

Tal qual o índice de Gini da igualdade de resultados, o índice de desigualdade injusta varia em os extremos de ausência de desigualdade de oportunidades, com $G^U(s) = 0$, e a máxima desigualdade de oportunidades, com $G^U(s) = 2$. Note que o índice não possui a mesma escala de variação do Gini padrão.

4 RESULTADOS

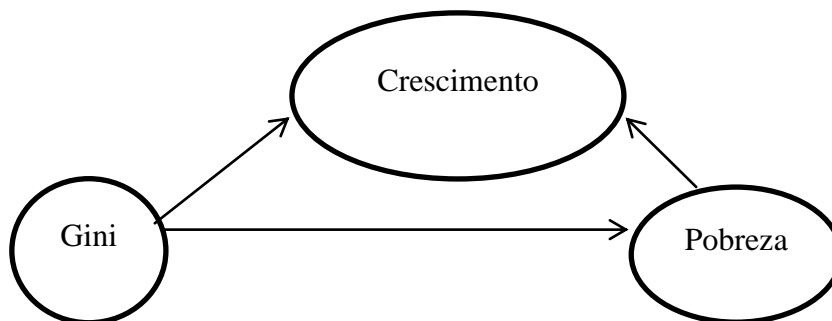
Visando observar o comportamento inerente as possíveis ligações existentes entre o crescimento econômico, a desigualdade e a pobreza, de formar a propiciar argumentos que possibilitem corroborar (ou não) a existência de uma armadilha triangular relacionada aos movimentos entre tais variáveis, como visto parcialmente em Barros e Mendonça (1997), Borguignon (2002), Marinho e Soares (2003) e Barreto (2005), foi construída a rede Bayesiana para o referido tripé a partir de informações municipais referentes ao ano de 2010.

A rede Bayesiana possibilita uma forma diferenciada no trato das inter-relações entre crescimento econômico, distribuição e pobreza, pois, diferentemente dos trabalhos anteriormente citados, admite-se que o conjunto de variáveis tratado pode ser formado por elementos endógenos, tornando possível averiguar não somente o efeito do crescimento econômico e da desigualdade sobre a pobreza, mas também, o impacto desta última sobre as primeiras, caso estes existam de fato.

Considerando os espaços rurais e urbanos, bem como um caráter multidimensional da pobreza e um indicador de oportunidades como *proxy* para desigualdade, pode-se inferir sobre os efeitos e as relações existentes entre os componentes analisados. As figuras 2, 3 e 4

apresentam a rede Bayesiana com base nas variáveis padrão, do ambiente urbano e rural, respectivamente.

Figura 2 – Resultados da rede Bayesiana no espaço urbano.

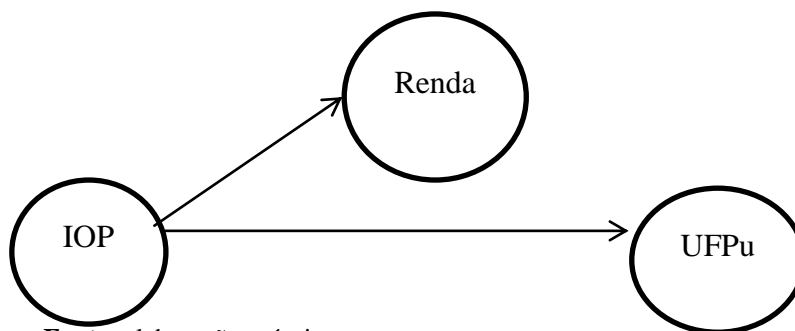


Fonte: elaboração própria.

Utilizando o padrão da literatura, renda, Gini e proporção de pobres, é possível observar que a relação entre as variáveis apresenta diferenças daquelas expressas comumente. Pode-se verificar que a desigualdade é fundamental não somente para explicar a pobreza, mas também o crescimento. Ainda, a pobreza é capaz de afetar este último. Neste sentido, admitindo as relações condicionais entre as variáveis, tem-se um quadro distinto do observado por grande parte dos trabalhos que tratam o tema. Tal resultado reflete com clareza o ganho de não restringir o sentido de causalidade para as relações.

Além disso, outro ponto relevante na descrição das relações entre pobreza, crescimento e desigualdade diz respeito ao espaço assumido e as circunstâncias presentes nos mesmos. Como poderá ser observado, o sentido de causalidade entre as variáveis se alteram dadas as condições locais e os espaços analisados.

Figura 3 – Resultados da rede Bayesiana no espaço urbano.



Fonte: elaboração própria.

Como não se observa uma ligação entre a taxa de crescimento econômico e a pobreza urbana, não se pode afirmar que exista alguma forma de dependência significativa entre tais elementos. Embora existam argumentos a favor de um efeito negativo do crescimento do PIB sobre a pobreza, Silveira Neto (2005) destaca que se a renda média crescer não necessariamente se reproduz um movimento capaz de levar os indivíduos a transporem a linha de pobreza, como evidencia a estrutura da rede. Barreto (2005) também corrobora a ideia de que o crescimento não seja o componente principal no combate a pobreza e que seus efeitos só podem ser captados de forma indireta, ou seja, somente quando a desigualdade mostra-se elevada. Ainda, como destaca Ravallion e Chen (1997) e Hoffman (2006), a elasticidade renda-pobreza, quando assume um valor não nulo, pode ser considerada quase infinitamente

inelástica. Neste sentido, Souza *et al* (2013) sugere que o uso de técnicas lineares superestima os efeitos do crescimento sobre a pobreza e, que embora, as análises não paramétricas encontrem argumentos favoráveis a relação, as estimativas da elasticidade também apresentam um caráter bastante inelástico. Por fim, este resultado contraria o exposto por Tabosa *et al* (2012), indicando que embora possa se observar algum efeito da renda sobre a redução da pobreza nos espaços urbanos do nordeste, tal fato não prevalece em âmbito nacional.

No que tange a relação entre a desigualdade e a pobreza foi identificada uma relação unidirecional entre as variáveis, onde os efeitos se propagam da primeira para esta última. Este arco que se inicia no nó desigualdade e finda no nó da pobreza urbana indica que a desigualdade de oportunidade não impõe a pobreza urbana condições desfavoráveis, ou seja, mesmo com alta concentração de oportunidades, pode-se observar um movimento inibidor de privações.

A desigualdade de oportunidades estima a concentração de renda decorrente da desigualdade de circunstâncias entre os indivíduos, ou seja, reflete a desigualdade em escolaridade e do *background* familiar. O resultado acima relatado estima que a desigualdade de renda resultante das características familiares do indivíduo contribui para a redução da pobreza. Portanto, pode-se deduzir que é a desigualdade de renda decorrente de outros fatores (sorte, diferencial de esforço, discriminação de todos os tipos, ação governamental e possíveis falhas do mercado de trabalho) que estaria positivamente relacionada à pobreza.

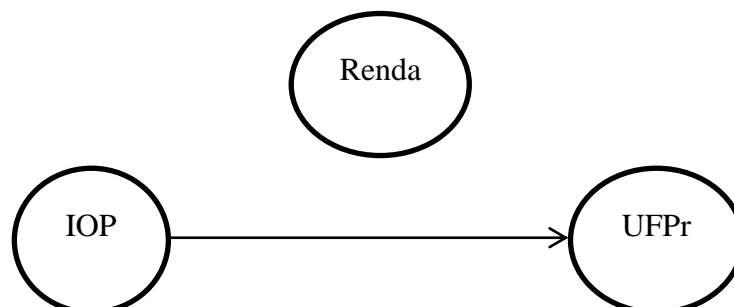
Por fim, é possível observar causalidade entre o crescimento e a desigualdade, já que a estrutura da rede Bayesiana apresenta uma ligação para os referidos nós, sendo tal relação direcionada da desigualdade para o crescimento. Este resultado corrobora o argumento de Kuznets (1955), também exposto por Alesina e Rodrik (1994) e Alesina e Perroti (1996), que indica uma relação negativa entre a desigualdade e o crescimento, embora haja um efeito inicial no sentido oposto.

A independência entre a desigualdade e o crescimento pode refletir o fato de elevações na renda não necessariamente serem acompanhadas pela distribuição da mesma, ou seja, muito embora a renda média sofra variações não se observam razões para que a mesma se dirija simétrica ao longo da distribuição, como visto por Neri (2006), Barros *et al* (2007) e Ferreira e Cruz (2010).

De forma geral, a análise das relações pertinentes ao tripé crescimento-desigualdade-pobreza, restringindo a pobreza ao espaço urbano, reforça o previsto por Souza *et al* (2013) de que haja uma superestimação para a relação renda-pobreza, mas também, embora seja fato que a relação desigualdade-pobreza exista, este se procede de forma unidirecional, sendo a desigualdade fator determinante no comportamento da pobreza.

Analisado as relações do tripé crescimento-desigualdade e pobreza no ambiente urbano passa-se ao resultado para o espaço rural. Os resultados da rede bayesiana com a variável de pobreza rural são apresentados a seguir.

Figura 4 – Resultado da rede Bayesiana para o espaço rural.



Fonte: elaboração própria.

Assim, como observado para o cenário urbano, a ideia de uma armadilha triangular não pode ser sustentada, já que a única ligação observada entre os nós é no sentido desigualdade-pobreza. Este resultado reforça os argumentos sobre a ausência de efeitos entre o crescimento e a pobreza.

Os efeitos da desigualdade sobre a pobreza, como visto em Galor e Zeira (1993), mostram-se de forma positiva. Um elevado nível de desigualdade sugere a formação de um mercado de crédito mais propício a problemas de informação que limita o acesso de pessoas pobres a obtenção de financiamentos e/ou empréstimos. Devido a tais dificuldades, o indivíduo pobre tende a apresentar modestos investimentos e, conseqüentemente, ter uma oportunidade de ascensão social limitada. Rocha (2006), Tabosa *et al* (2010) e Moreira *et al* (2010) reforçam os argumentos em prol de um efeito positivo da desigualdade sobre a pobreza relatando e que o mesmo pode ser diferenciado de acordo com o espaço analisado, o que justificaria o contraste observado em relação o efeito em espaços urbanos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O entendimento para as relações entre crescimento, pobreza e desigualdade normalmente indicam um efeito unidirecional nos sentidos do crescimento e da desigualdade sobre a pobreza. Ainda, as evidências empíricas destacam a superestimação dos efeitos sobre a pobreza, principalmente, daquele referente a flutuações no crescimento da renda.

Independentemente da abordagem utilizada para mensuração o tripé crescimento-desigualdade-pobreza expressar tais relações de modo que as mesmas sejam restritas aos efeitos sobre a pobreza refletem a ausência de relações entre as demais variáveis. Neste sentido, este trabalho buscou superar esta restrição através do uso da técnica de Redes Bayesianas, apresentando as interações entre as variáveis a partir da dependência condicional entre as distribuições.

O que se pode inferir sobre as relações é que a desigualdade de oportunidades é fator determinante da pobreza e do crescimento da renda em nos espaços urbanos e somente da

pobreza em espaços rurais. Este fato retrata questões relevantes aos diagnósticos realizados para o tripé. Primeiro, o sentido, apesar de unidirecionais, também se exprimem na direção da desigualdade para o crescimento, algo negligenciado pela literatura. Segundo, tal efeito só é observado para os espaços urbanos.

REFERÊNCIAS

FIGUEIREDO, Erik et al. **Uma proposta para mensuração dos índices de desigualdade de oportunidade municipais**. Programa de Pós-Graduação em Economia-PPGE, Universidade Federal da Paraíba, 2013.

ANNEGUES, A. C.; FIGUEIREDO, E. A.; SOUZA, W. P. S. Injusticia de la desigualdad: factores determinantes en el Brasil, 1995 y 2009. **Cepal Review**, 2015.

ALESINA, A. ;PEROTTI, R. Income Distribution, Political Instability, and Investment. **European Economic Review**. 40(6), 1996.

ALESINA, A.; RODRIK, D. Distributive Politics and Economic Growth. **Quarterly Journal of Economics**. 109(2), 1994.

ALMÁS, I.; CAPPELEN, A.; LIND, J.; SØRENSEN, E.; TUNGODDEN, B. Measuring unfair (in)equality. **Journal of Public Economics**, v. 95, p. 488-499, 2011.

ARNESON, R. J. Equality and Equal Opportunity For Welfare. **Philosophical studies**, v. 56, n. 1, p. 77-93, 1989.

BARRETO, F. A. **Crescimento econômico, pobreza e desigualdade: O que sabemos sobre eles?** Fortaleza: UFC/CAEN Laboratório de Estudos da Pobreza (Série Ensaio sobre a Pobreza), 2005.

BARROS, R. P.; MENDONÇA, R. **O impacto do crescimento econômico e de reduções no grau de desigualdade sobre a pobreza**, 1997.

Barros, R.; CARVALHO, M.; FRANCO, S.; MENDONÇA, R. **Notas sobre a recente queda da desigualdade no Brasil**. Rio de Janeiro: IPEA,(mimeo), 2006.

BARROS, R. **Determinantes imediatos da queda da desigualdade de renda brasileira**, 2007.

BOURGUIGNON, F. **The Growth Elasticity of Poverty Reduction: Explaining Heterogeneity across Countries and Time Periods**. in: Eicher, T. e S. Turnovsky, *Inequality and Growth: Theory and Policy Implications*. Cambridge: The MIT Press, 2002.

BOSSERT, W.. Redistribution Mechanisms Based on Individual Characteristics. *Mathematical Social Sciences*, v. 29, p. 1-17, 1995.

BOURGUIGNON, F.; FERREIRA, F.; MILANOVIC, B.; RAVALLION, M. **Global Inequality**. in Kenneth Reinert and Ramkishen Rajan (eds) *Princeton Encyclopedia of the World Economy*, Princeton University Press, forthcoming, 2007.

CASTELAR, P. U. C.; TABOSA, F. J. S.; IRFFI, G. D. **Impacto do Crescimento Econômico e da Desigualdade de Renda na Pobreza do Brasil**. In: XVIII Encontro Regional de Economia, Fortaleza. Anais do XVIII Encontro Regional de Economia. Brasília: Anpec, 2013.

CAPPELEN, A.; TUNGODDEN, B.. **Fairness and the proportionality principle**. NHH Discussion Paper, n. 31, 2007.

DWORKIN, R. A. What is Equality Part 1: Equality of Welfare. **Philosophy and Public Affairs**, 10:185-246, 1981.

FERREIRA, R. T.; CRUZ, M. S. Efeitos da educação, da renda do trabalho, das transferências e das condições iniciais na evolução da desigualdade de renda nos municípios brasileiros no período de 1991 a 2000. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 40, n. 1, 2010.

FIGUEIREDO, E.; SILVA JÚNIOR, J.; JACINTO, P. A hipótese de Kuznets para os municípios brasileiros: testes para as formas funcionais e estimações não-paramétricas. **Economia**, v. 12, n. 1, p. 149-165, 2012.

FLEURBAEY, M. Equal Opportunity of Equal Social Outcome? **Economics and Philosophy**, 11: 25-55, 1998.

FORBES, K. A Reassessment of the Relationship between Inequality and Growth. **American Economic Review**, 90(4), 2000.

GALOR, O.; ZEIRA, J. Income Distribution and Macroeconomics. **Review of Economic Studies**, 60(1),1993.

HOFFMANN, R. Desigualdade e Pobreza no Brasil no Período 1970-1990. **Revista Brasileira de Economia**. 49, (2): 277-94, 1995.

HOFFMANN, R. Elasticidade da Pobreza em Relação à Renda Média e à Desigualdade no Brasil e nas Unidades da Federação. **Revista EconomiA**, 2006.

LI, H.; ZOU, H. Income Inequality is not Harmful for Growth: Theory and Evidence. **Review of Development Economics**, 2(3), 1998.

LANGONI, C. Distribuição de renda e desenvolvimento econômico no Brasil. 3ª ed. Rio de Janeiro: FGV, 2005.

KONOW, J.. A positive theory of economic fairness. **Journal of Economic Behavior and Organization**, v. 31, p. 13-35, 1996.

KRAAY, A. **When is Growth Pro-Poor? Evidence from a Panel of Countries**. The World Bank Policy Research Working Paper No. 3225, 2003.

KUZNETS, S. Economic growth and income inequality. **American Economic Review**, 45:1–28, 1955.

MARINHO, E.; SOARES, F. **Impacto do crescimento econômico e da concentração de renda sobre a redução da pobreza nos estados brasileiros.** In: XXXI Encontro Nacional de Economia, ANPEC, 2003.

NERI, M. **Desigualdade, estabilidade e bem-estar social de Renda no Brasil: uma análise da queda recente,** p. 129, 2006.

MOREIRA, N. C. Programa de transferência de renda mínima e atividade complementar de renda: uma análise sobre o empoderamento das mulheres. **Revista de Ciências Humanas (Viçosa)**, v. 10, p. 198-210, 2010.

OLIVEIRA, C. A. **Desigualdades Regionais e Pobreza no Nordeste: Uma análise espacial do crescimento pró-pobre na década de noventa.** In: XIII Encontro Regional de Economia do Nordeste, Fortaleza. Anais do XIII Encontro Regional de Economia do Nordeste, 2008.

RAWLS, J. **A Theory of Justice.** Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1971.

RAVALLION, M. **Pro-Poor Growth: A Primer.** World Bank Policy Research Working Paper. No. 3242. Development Research Group, World Bank, 2005.

RAVALLION, M. e CHEN, S. What can new survey data tell us about recent changes in distribution and poverty? **World Bank Economic Review**, v.11, n.2, p.357-382, 1997.

RAVALLION, M. Growth, inequality and poverty: looking beyond averages. **World development**, v. 29, n. 11, p. 1803-1815, 2001.

ROCHA, S. Pobreza e indigência no Brasil: algumas evidências empíricas com base na PNAD 2004. **Nova Economia**, v. 16, n. 2, p. 265-299, 2006.

ROEMER, J. E. **Equality of Opportunity.** Harvard University Press, 1998.

SALVATO, M.A.; SOUZA, P.F.L.; FRANÇA, J.M.S. **Ser mulher e negro no Brasil ainda leva a menores salários? Uma análise de discriminação para Brasil e regiões: 2001 e 2011.** In: Anais do Encontro ANPEC, 2013.

SILVEIRA NETO, R. D. M. Quão pró-pobre tem sido o crescimento econômico no Nordeste? Evidências para o período 1991-2000. **Revista Econômica do Nordeste**, 36(4), 483-507, 2005.

SOUZA, W. P. S. F.; FIGUEIREDO, E. A.; ANNEGUES, A. C. **Elasticidade da Pobreza- Aplicação de uma Nova Abordagem Empírica para os Estados e Municípios Brasileiros.** Programa de Pós-Graduação em Economia-PPGE, Universidade Federal da Paraíba, 2013.

TABOSA, F. J. S., ARAÚJO, J. A E KHAN, A.S. **Elasticidades renda e desigualdade da pobreza no Brasil.** Sobral: UFC Laboratório de Estudos Regionais, 2012.